Группы близкие к точно транзитивным

А. А. Симонов

Определение. *Группа $T_n(B)$ преобразования множества B называется точно n–транзитивной если:*

1. Для двух неравных упорядоченных n–элементов $(x_1, \ldots, x_n)$ и $(y_1, \ldots, y_n)$ из множества $\widehat{B^n} \subset B^n$ существует единственный элемент $g \in T_n(B)$ группы $T_n(B)$ для которого справедливы равенства $g\,(x_i) = g\,(y_i)$ для произвольных $i \in \{1, \ldots, n\}$;

2. Для произвольного $(x_1, \ldots, x_n) \in \widehat{B^n}$ и произвольных неравных $i, j \in \{1, \ldots, n\}$ справедливо $x_i \neq x_j$;

3. Подмножество $\widehat{B^n}$ в B^n максимальное, т.е., если $(x_1, \ldots, x_n) \in B^n$ и при этом элементы x_i удовлетворяют условию 2, то $(x_1, \ldots, x_n) \in \widehat{B^n}$.

Если, теперь, снять ограничение 3, налагаемое на подмножество $\widehat{B^n}$, то придём к определению группы близкой к точно n–транзитивной.

В качестве примера такой группы будет выступать группа матриц $GL_n(F) = T_n(F^n)$, построенная над произвольным полем F, а множество векторов $F^n = B$, тогда множество $\widehat{B^n}$ определяется как максимальное множество линейно-независимых векторов.

Над почтиполем можно построить точно дважды транзитивные группы, а над почтикольцом, при некотором условии, можно построить группы близкие к точно дважды транзитивным, т.к.:

Лемма. *Над почтикольцом $K = \langle K; \cdot, +, -, 0\rangle$, в котором мультипликативная операция на некотором подмножестве $K_1 \subset K$ групповая $\langle K_1; \cdot, ^{-1}, 1\rangle$, можно построить точно транзитивную группу преобразования множества $\widehat{K^2} = \{(x, y) \in K^2 | x - y \in K_1\}$.*

Известно, что точно дважды транзитивные группы категорно эквивалентны почтиобластям $\langle K; \cdot, +, -, 0\rangle$, но до сих пор неизвестны примеры почтиобластей отличных от почтиполей. В почтиобластях $\langle K; \cdot, +, -, 0\rangle$ аддитивная операция лупа. Если ослабить требования на почтообласти так, чтобы аддитивная операция была правой лупой, то

Теорема. *При некоторых дополнительных условиях можно также построить категорную эквивалентность между группами близкими к точно дважды транзитивным и ослабленными почтиобластями.*

В данном случае можно привести нетривиальные примеры таких ослабленных почтиобластей и соответствующих групп.

Новосибирск
E-mail: Andrey.Simonoff@gmail.com